# Factorisation $A = QR$

$A = (\vec{v_1}\ \vec{v_2}\ \vec{v_3})$ , $Q$ est obtenu en appliquant le procédé de Gram-Schmidt à $(\vec{v_1}, \vec{v_2}, \vec{v_3})$ et en normant les vecteurs obtenus :

- $\vec{u_1} = \vec{v_1}$ , $\vec{q_1} = \dfrac{1}{\|\vec{v_1}\|}\vec{v_1}$ $\quad W_1 = \text{span}\{\vec{u_1}\}$

  donc $\vec{v_1} = \|\vec{v_1}\|\,\vec{q_1}$ avec $\|\vec{v_1}\| > 0$

- $\vec{u_2} = \vec{v_2} - \text{proj}_{W_1}(\vec{v_2}) \Rightarrow \vec{v_2} = \vec{u_2} + \text{proj}_{W_1}(\vec{v_2})$

  $= \vec{u_2} + \alpha\,\vec{u_1}$

  car $\text{proj}_{W_1}(\vec{v_2}) \in \text{span}\{\vec{u_1}\}$

  donc $\vec{v_2} = \alpha\|\vec{v_1}\|\,\vec{q_1} + \|\vec{u_2}\|\,\vec{q_2}$

  car $\vec{q_2} = \dfrac{1}{\|\vec{u_2}\|}\vec{u_2}$. On pose $W_2 = \text{span}\{\vec{v_1}, \vec{v_2}\}$

- $\vec{u_3} = \vec{v_3} - \text{proj}_{W_2}(\vec{v_3}) \Rightarrow \vec{v_3} = \vec{u_3} + \text{proj}_{W_2}(\vec{v_3})$

  $= \beta\,\vec{v_1} + \gamma\,\vec{v_2} + \|\vec{u_3}\|\,\vec{q_3}$

  car $\vec{q_3} = \dfrac{1}{\|\vec{u_3}\|}\vec{u_3}$

$$A = (\vec{v_1}\ \vec{v_2}\ \vec{v_3}) = (\vec{q_1}\ \vec{q_2}\ \vec{q_3})\underbrace{\begin{pmatrix} \|\vec{v_1}\| & \alpha\|\vec{v_1}\| & \beta \\ 0 & \|\vec{u_2}\| & \gamma \\ 0 & 0 & \|\vec{u_3}\| \end{pmatrix}}_{R}$$

$R$ est triangulaire sup. et les coeff. diagonaux sont $> 0$.